

Е. А. ЮХНО, студентка НТУ «ХПИ»

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫМ РЕЖИМОМ ТЕРМОЦИКЛЕРА

Запропоновано математичну модель термоциклера на основі диференціальних рівнянь балансу теплоти й внутрішньої енергії, а також законів теплопередачі. На її основі виконано синтез системи управління, оптимальної по інтегральному квадратичному критерію якості.

Предложена математическая модель термоциклера на основе дифференциальных уравнений баланса теплоты и внутренней энергии, а также законов теплопередачи. На ее основе проведен синтез системы управления, оптимальной по интегральному квадратичному критерию качества.

There were offered the mathematical model of thermocycler on the basis of differential equations of heat balance and internal energy and heat transfer laws. On its basis synthesis of a control system, optimum by integrated square-law criterion of quality is spent.

При проведении микробиологических научных исследований широкое применение получили термоциклеры (ТЦ) – устройства, поддерживающие в термокамере заданный закон изменения температуры с требуемой точностью[1]. Особенностью ТЦ является необходимость как подвода, так и отвода теплоты от рабочей камеры в течении цикла. Одним из путей организации таких режимов, является использование в качестве источника тепла (холода) элементов Пельтье (ЭП)[2], позволяющих, простым изменением направления электрического тока через ЭП, эффективно (практически безынерционно) изменять направление теплового потока между ЭП и рабочей камерой.

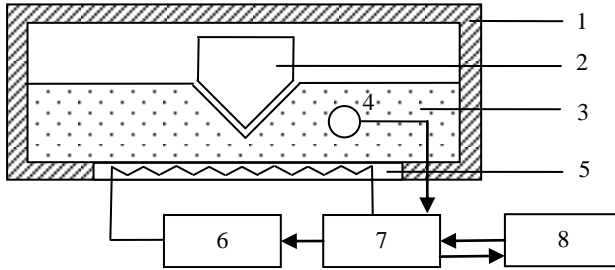
Применение ЭП в качестве источника теплоты для ТЦ ставит ряд новых задач перед системой автоматического управления ТЦ, направленных на повышение точности поддержания заданной программы изменения температуры с одной стороны и на возможность реализации любого наперед заданного закона, из некоторого класса программ изменения температуры, с другой стороны. Реализация таких задач возможна только с применением современных методов теории автоматического управления, а также средств вычислительной техники и соответствующих информационных технологий.

Типичная схема ТЦ показана на рис.1. Управляемый источник тепла (холода) ЭП 5 находится в тепловом контакте с алюминиевой пластиной 3 (нагреватель), которая в свою очередь нагревает или охлаждает объект 2. Направление и величина теплового потока регулируются блоком управления 7. Алгоритм управления задается внешним устройством 8.

Для описания взаимодействия между элементами ТЦ воспользуемся основными законами аккумуляции тепловой энергии и теплопередачи:

$$mc \frac{dT}{dt} = \sum_{k=1}^n q_k, \quad (1)$$

где m , c , T – масса, теплоемкость, и температура рассматриваемого элемента, q_k – тепловой поток k -го элемента системы.



1 – корпус; 2 – объект; 3 – нагреватель; 4 – датчик температуры; 5 – элемент Пельтье; 6 – источник питания; 7 – блок управления; 8 – внешнее устройство (ПЭВМ)

Рис. 1. Термоциклер

В свою очередь q_k определяется на основании закона Фурье

$$q_k = \alpha \cdot F(T_k - T), \quad (2)$$

где α – коэффициент теплопередачи, F – поверхность теплообмена, T_k – температура k -го элемента.

Таким образом, математическая модель термоциклера в пространстве состояний может быть представлена в виде системы линейных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx, \end{aligned} \quad (3)$$

где $x = (T_1 \ T_2 \ T_3)^T$ – вектор температур нагревателя, объекта и воздуха соответственно; u – управляющее воздействие (мощность ЭП); $y = T_1$ – выход-

ная переменная; $A = \begin{pmatrix} \frac{\alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2}{m_1 c_1} & -\frac{\alpha_1 F_1}{m_1 c_1} & -\frac{\alpha_2 F_2}{m_1 c_1} \\ \frac{\alpha_1 F_1}{\alpha_1 F_1 + \alpha_3 F_3} & -\frac{\alpha_1 F_1 + \alpha_3 F_3}{m_2 c_2} & \frac{\alpha_3 F_3}{m_2 c_2} \\ \frac{\alpha_2 F_2}{m_3 c_3} & \frac{\alpha_3 F_3}{m_3 c_3} & -\frac{\alpha_2 F_2 + \alpha_3 F_3}{m_3 c_3} \end{pmatrix}$ – матрица

динамики системы; $B = \begin{pmatrix} \frac{1}{m_1 c_1} & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$ – матрица управления; $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

– матрица выхода. В системе (3) были применены следующие обозначения: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – коэффициенты теплопередачи; F_1, F_2, F_3 – площади поверхностей теплопередачи; m_1, m_2, m_3 – массы и c_1, c_2, c_3 – теплоемкости нагревателя, объекта и воздуха соответственно.

Синтез регулятора, обеспечивающего требуемое качество выполнения заданной программы изменения выходных координат объекта, будем проводить в два этапа. На первом этапе синтезируется оптимальный регулятор нулевого состояния системы (3) путем решения линейно-квадратичной задачи оптимального управления. Как известно [3], коэффициенты усиления такого регулятора зависят от матриц весовых коэффициентов Q и R интегрального квадратичного функционала

$$I = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt. \quad (4)$$

Матричный коэффициент усиления регулятора K определяется в виде $K = -R^{-1} B^T P$, где P представляет собой определенно-положительное решение алгебраического уравнения Риккати

$$PA + A^T P - PBR^{-1} B^T P + Q = 0, \quad (5)$$

а закон управления имеет вид

$$u = Kx. \quad (6)$$

Как видно из приведенного рассмотрения линейно-квадратичной задачи она ориентирована на решение задачи стабилизации нулевого положения равновесия. В то же время реальные постановки задач автоматического управления ориентированы как на стабилизацию ненулевых положений равновесия, так и на отслеживание некоторых наперед заданных программных траекторий в пространстве выходных координат. Последний случай имеет место в системе управления ТЦ. Пусть $y = y_0 \neq 0$ требуемое установившееся значение вектора выходных координат. Этому значению соответствует некоторое управление u_0 и вектор состояния x_0 . Поскольку y_0, u_0 и x_0 соответствуют некоторому положению равновесия системы (3), то они должны удовлетворять системе линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} Ax_0 + Bu_0 &= 0, \\ Cx_0 &= y_0. \end{aligned} \quad (7)$$

Система (7) в принципе позволяет определить искомые вектора x_0 и u_0 за исключением случая, когда матрица A вырождена. Если положение равновесия (u_0, x_0, y_0) идентифицировано, то процедура синтеза регулятора для системы в отклонениях ничем не отличается от рассмотренного выше синтеза регулятора нулевого состояния.

Рассмотрим другой подход к решению данной задачи, основанный на нахождении постоянной поправки к закону управления (6) для замкнутой системы управления, которая является устойчивой, а следовательно, матрица динамики которой невырождена. Будем искать управление в виде

$$u = Kx + \Delta u, \quad (8)$$

где Δu – постоянный вектор поправок, обеспечивающий требуемое значение вектора выходных координат.

Подставляя (8) в систему дифференциальных уравнений (3), получим

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \bar{A}x + B\Delta u, \\ y &= Cx, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\bar{A} = (A + BK)$ – матрица устойчивой линейной динамической системы, оптимальной по квадратичному интегральному критерию (4).

Поскольку Δu предполагается постоянной, то равновесные значения x_0 , и y_0 связаны с Δu системой алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} \bar{A}x_0 + B\Delta u &= 0, \\ Cx_0 &= y_0. \end{aligned} \quad (10)$$

Система (10) аналогична системе (7) с той разницей, что ее матрица всегда невырождена. Решение (10) в случае равенства размерностей векторов входа и выхода имеет вид

$$\Delta u = -(C\bar{A}^{-1}B)^{-1}y_0. \quad (11)$$

Таким образом, закон управления, обеспечивающий стабилизацию ненулевого значения выходных координат y_0 имеет вид

$$u = Kx + Dy_0, \quad (12)$$

где $D = -(C\bar{A}^{-1}B)^{-1}$ – матрица преобразования выходного вектора в соответствующий опорный управляющий вектор Δu .

Учтем теперь, что закон управления (12) для своей реализации требует знания всех компонент вектора состояния x . Для его оценки \hat{x} можно воспользоваться динамическим наблюдателем [3], имеющим следующий вид:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}), \quad (13)$$

где L – матрица, выбираемая из условий требуемого расположения корней характеристического уравнения матрицы динамики наблюдателя $(A - LC)$.

Таким образом, окончательно, структура оптимального регулятора ненулевого вектора выхода может быть представлена в виде рис.2.

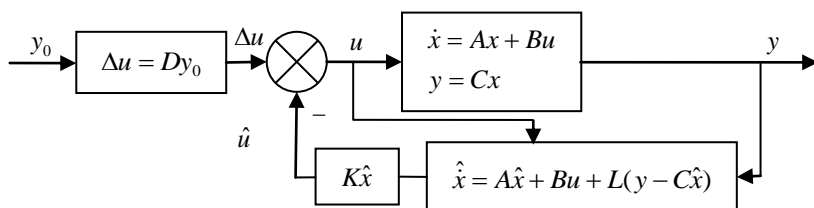


Рис. 2. Структурная схема оптимального регулятора ненулевого выходного вектора

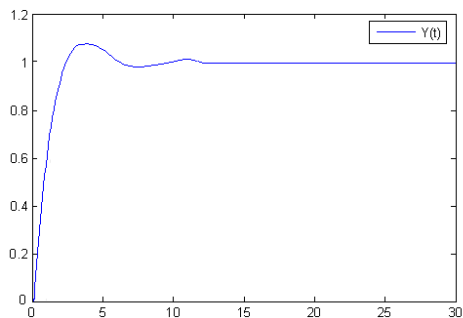


Рис. 3. Оптимальный переходной процесс ТП

На рис.3 приведен график оптимального переходного процесса термоциклера, полученный в результате численного моделирования системы, структурная схема которой представлена на рис.2.

Список литературы: 1. И. Чермак, В. Петерка, И. Заворка Динамика регулируемых систем в теплоэнергетике и химии – М.: Мир, 1972, – 624 с. 2. И.Д. Жук Эффект Пельтье и его применение – Вестник Сибирской аэрокосмической академии имени академика М. Ф. Решетнева : сб. науч. тр. / САА. Вып. 8. Красноярск, 2006. с. 46 – 48.3. Х. Квакернаак, Р. Сиван Линейные оптимальные системы управления – М.: Мир, 1977, – 658 с.

Поступила в редколлегию 19.03.09